

BRINTENS MOLEKULARSTRØMNING GENNEM RØR OG VARMETRAADSMANOMETRET

AF

MARTIN KNUDSEN.

I. Indledning.

I et tidligere Arbejde¹ har jeg undersøgt Lovene for en Luftarts Strømning gennem et cirkulært cylindrisk Rør. Ved den teoretiske Udledning af Strømningsformlen for det Tilfælde, at Rørets Radius er forsvindende lille i Sammenligning med Luftmolekulernes Middelvejtlængde, gik jeg ud fra den Forudsætning, at naar et Molekul træffer en fast Væg, vil det tilbagekastes i en Retning, der er fuldstændig uafhængig af den Retning, i hvilken det nærmer sig Væggen, samt at Molekulerne udsendes fra Væggen efter \cos . Loven. Skønt Rigtigheden af denne Tilbagekastningslov ikke blev modsagt ved de udførte Maalinger, er der dog Mulighed for en mindre Afvigelse fra Loven, thi Trykmaalingerne udførtes med Mc. LEODS Manometer, med hvilket man især paa Grund af Kapillardepression og Temperaturveksling ikke kan opnaa nogen stor procentisk Nøjagtighed. Desuden kan man ved dette Manometer ikke frigøre sig fra Kvægsølvdampene, og selv om deres Indflydelse paa Forhaand maa anses for at være ringe², er det dog muligt, at deres Tilstedeværelse i nogen Grad har haft Indflydelse paa Resultaterne.

¹ M. Knudsen: Ann. d. Phys. 28, 1909, p. 75.

² Discussion by Martin Knudsen and Willard J. Fisher, Phys. Rev. Vol. XXXI, No. 5, Nov. 1910, p. 586.

At et Luftmolekuls Tilbagekastningsretning kan ventes at afhænge af dets Indfaldsretning, har MAXWELL¹ taget Hensyn til i sine Beregninger ved at antage, at af hver Fladeenhed af det faste Legeme vil en Brøkdel f tilbagekaste de indfaldende Molekuler, som om de kom fra en Luftmasse i Hvile (absorberet and evaporated gas), medens Resten $1-f$ af Fladeenheden tilbagekaster spejlende. Af KUNDT og WARBURGS Forsøg slutter MAXWELL, at f er ca. $\frac{1}{2}$. Denne Slutning er imidlertid kun rigtig under Forudsætning af, at Glidningskoefficienten staar i omvendt Forhold til Trykket, hvor lille dette end bliver, eller hvor stor Middelveljængden λ end bliver i Sammenligning med Rørets Radius R . At Glidningskoefficienten med tilstrækkelig Nøjagtighed kan sættes omvendt proportional med Trykket, saa længe λ er lille i Sammenligning med R , fremgaar med fuld Sikkerhed af KUNDT og WARBURGS Arbejde, men paa den anden Side fremhæver disse Forfattere, at Luftlagenes Hastighed varierer paa en ret indviklet Maade med Afstanden fra Væggen. Man er derfor ikke berettiget til at sætte Glidningskoefficienten proportional med Middelveljængden ved Strømning gennem et Rør, hvis Radius er mindre end eller af samme Størrelsesorden som Middelveljængden.

At der atter kan ventes simple Forhold, naar Rørets Radius bliver forsvindende i Sammenligning med Middelveljængden, er ogsaa fremhævet af KUNDT og WARBURG, og alene ved den eksperimentelle Undersøgelse af dette Tilfælde, vil man være i Stand til at give paalidelige Oplysninger om Størrelsen af den MAXWELLSKE Koefficient f .

Af mine tidligere Strømningsforsøg kan man slutte, at f ikke kan være ret meget forskellig fra 1, og der vilde neppe have været Grund til at tvivle om den absolute Rigtighed af den Tilbagekastningslov, som jeg har opstillet paa Basis af de nævnte Forsøg, hvis Forsøgene over den molekulære Varmeledningsevne ikke havde vist, at Luftmolekulerne tilbagekastes

¹ C. Maxwell: Phil. Trans. 1879, p. 251.

fra en fast Væg med Hastigheder, som i betydelig Grad afhænger af de Hastigheder, hvormed de nærmer sig Væggen. Naar dette gælder Hastighedernes Størrelse, kan man meget vel tænke sig, at noget tilsvarende gælder for Hastighedernes Retning.

Det har været min Opgave, at undersøge dette nøjere og samtidig at give en Prøve paa, hvor fortræffeligt et Maal for Trykket man har i Varmeafgivelsen fra en tynd Wollastontraad, der opvarmes elektrisk.

Hr. Cand. mag. SOPHUS WEBER maa jeg takke for fortrinlig Assistance og *Carlsbergfondet* for en Bevilling til Instrumenter.

II. Apparat og Maalinger.

Undersøgelsen udførtes med Brint, den Luftart, hvis Accommodationskoefficient er mest forskellig fra 1. Strømningsrøret var et 29,81 cm langt Glasrør, der var glat afskaaret i begge Ender. Ved Kalibrering og Udvejning med Kvægsølv fandtes dets Middelradius lig 0,009729 cm og dets Modstand (l. c. p. 76) $W = 9,698 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2}$. Røret fæstedes lufttæt med Picein i et videre Glasrør, hvormed to Glaskolber var forbundne. Kolberne kunde desuden sættes i direkte Forbindelse med hinanden ved et andet vidt Rør med Hane, saa en tilstedeværende Trykforskel kunde udjævnes praktisk talt momentant. Den ene Glaskolbe var forbundet med en Gaedepumpe og kunde afspærres derfra ved en Hane, den anden Glaskolbe var forbundet med et Varmetraadsmanometer¹ og med et Pipettesystem², som tjente til Justering af Manometret. Hver af Kolberne var desuden forsynede med nedadbøjede Siderør, som nedsattes i flydende Luft for at fjerne Kvægsølv dampene.

Apparatet fæstedes i et Metalstativ, hvorefter Rumfangene af hver af de to Glaskolber med tilhørende Rørstykker be-

¹ M. Knudsen: Vid. Selsk. Oversigt, 1911, Nr. 2, p. 181.

² M. Knudsen: Vid. Selsk. Oversigt, 1910, Nr. 3, p. 284.

stemtes ved Vejning med Vand. Der fandtes $V_1 = 2976,7 \text{ cm}^3$ og $V_2 = 2749,8 \text{ cm}^3$.

Stativet med Kolber, Strømningsrør og Varmetraadsmanometer nedsattes i et Vandbad, som ved Termostat og Omrører holdtes paa næsten konstant Temperatur nær ved Stuetemperaturen. Badets Temperatur var gennemsnitlig $26,25^\circ$ og Variationerne højst $0,05^\circ$.

Wollastontraaden holdtes under Trykmaalingerne paa konstant Temperatur ved elektrisk Opvarmning. Dens Temperatur, som bestemtes af dens Modstand, var ved alle Maalingerne $74,977^\circ$. Modstanden maales ved Wheatstones Bro, og da endvidere Spændingsforskellen mellem Traadens Ender maales med Kompensationsapparat, kunde den i Sekundet udviklede Varmemængde bestemmes. Ved at dividere denne Varmemængde med Temperaturforskellen mellem Traaden og Badet, hvis Temperatur maales med et Beckmann Termometer, faas Størrelsen q , hvis Afhængighed af Trykket bestemtes ved Hjælp af Pipettesystemet.

Ved denne Justering pumpedes Apparatet saa tomt som muligt (ca. $0,1 \text{ Dyn/cm}^2$), Kvægsølvampene blev udfrosne og Varmemængden q maalt. Dernæst fyldtes ved Hjælp af Pipettesystemet en kendt Mængde Brint i Apparatet og q maales igen o. s. v.

I følgende Tabel er Resultatet af Justeringen opført, idet q er proportional med Traadens Varmeafgivelse pr. Sek. Grad og p det ved Pipettesystemet bestemte Tryk i Dyn/cm^2 .

$q =$	0,2641	0,3446	0,4241	0,5028	0,5811	0,6586	0,7357
$p =$	0,000	5,059	10,099	15,120	20,122	25,106	30,070
$\frac{dq}{dp} =$	0,01591	0,01577	0,01567	0,01565	0,01555	0,01553	0,01549

$q =$	0,8123	0,8885	0,9640	1,0390	1,1138	1,1883
$p =$	35,016	39,943	44,851	49,740	54,611	59,464
$\frac{dq}{dp} =$	0,01549	0,01546	0,01538	0,01534	0,01536	0,01535.

Man ser af Tabellen, at q meget nær forandrer sig proportionalt med Trykket. Den regelmæssige Variation i $\frac{dq}{dp}$ skyldes, at Varmeafgivelsen gennem Traadens Ender ikke varierer lineært med Trykket.

Den Brint, som ved denne Justering blev bragt ind i Apparatet, anvendtes nu til Strømningsforsøg I, idet Hanen, som sætter Beholderne V_1 og V_2 i direkte Forbindelse, lukkes og V_2 udpumpes. Umiddelbart derefter maales Trykket p_1 i V_1 og Tiden, som aflæses paa et Pendulur, noteres. Den næste Maaling bliver foretaget ca. 15 Timer senere, naar Trykforskellen er faldet til ca. $\frac{2}{3}$ af den oprindelige. Den sidste Trykmaaling toges ca. 2 Døgn efter den første.

Efter at de tre Trykmaalinger med tilhørende Tidspunktsbestemmelser var foretaget under Strømningen, aabnedes Hanen mellem de to Kolber, hvorved den resterende Trykforskel udjævnedes, og Middeltrykket \bar{p} maales. Apparatet henstod derpaa i to Døgn og Trykket maales 5 Gange for at undersøge, hvorvidt Trykket havde holdt sig konstant og for at faa en Prøve paa den Nøjagtighed, med hvilken Trykmaalingerne kunde gentages med længere Tids Mellemrum. Mellem to paa hinanden følgende Maalinger forløb ca. 12 Timer.

Gentagelserne gav følgende Værdier for Trykket \bar{p} angivet i Dyn/cm²

$$p \quad 32,26 \quad 32,34 \quad 32,33 \quad 32,30 \quad 32,34$$

Af Middeltrykket \bar{p} og de under Strømningen observerede Tryk p_1 i den ene af Kolberne beregnedes T af Formlen (l. c. p. 83)

$$T = - \frac{\Delta \log \text{nat} (p_1 - \bar{p})}{\tau} \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2},$$

hvor T er den Luftmængde maalt ved Produktet af Rumfang og Tryk, som under Trykforskellen 1 ved stationær Strømning passerer gennem Røret i hvert Sekund. Angives Tiden τ mellem to Bestemmelser af p_1 i Timer i Stedet for Sekunder og

indsættes Talværdierne for Rumfangene V_1 og V_2 , bliver Formlen med Benyttelse af Brigg's Logaritmer

$$T = - 0,91426 \frac{\Delta \log_{10} (p_1 - p)}{\tau \text{ Timer}}$$

Med Benyttelse af denne Formel bestemtes i Forsøg I to Værdier for T , af hvilke den første gælder for en stor Trykforskel, den anden for en lille.

Paa ganske lignende Maade foretoges de øvrige Forsøg II, III og IV ved højere Middeltryk, i det man ved Manometrets Justering benyttede et ca. 30 Gange saa stort Begyndelsestryk i Pipettesystemet som ved Forsøg I.

Resultaterne af de udførte Maalinger er opført i følgende Tabel, i hvilken Trykkene p_1 og \bar{p} er opgivne i Dyn/cm² og Tidsdifferenserne τ i Timer. q er proportional med Manometertraadens Varmeafgivelse pr. Sec. og pr. Grads Temperatur-differens.

Forsøg I Middeltryk ($q = 0,7696$) $p = 32,26$

q	p_1	τ	T	q	p_1	τ	T
1,1854	59,28	13,391	0,01147	1,1831	59,13	13,615	0,1152
1,0522	50,60	30,641	0,01155	1,0485	50,36	30,626	0,1154
0,8859	39,78			0,8845	39,69		

Forsøg II Middeltryk $\bar{p} = 133,5$

p_1	τ	T
254,3		
204,2	19,208	0,01125
165,7	28,897	0,01109

Forsøg III Middeltryk $\bar{p} = 520,2$

p_1	τ	T
970,0		
955,8	23,309	0,01102
631,2	27,268	0,01096

Forsøg IV Middeltryk $p = 970,2$

p_1	τ	T
1842,9		
1433,9	22,155	0,01133
1207,4	23,761	0,01120

III. Diskussion af Maalingsresultaterne.

Den i min tidligere Afhandling anførte Strømningsformel (l. c. p. 78) kan gives den sædvanlige Form

$$T = \frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} \frac{R^4}{L} \bar{p} \left(1 + \frac{4}{R} \zeta \right), \quad (1)$$

hvor Forholdet mellem Glidningskoefficienten ζ og Middelvej-
længden λ er bestemt ved Ligningerne

$$\frac{\zeta}{\lambda} = 1,05 - \frac{1}{5 + \frac{\lambda}{R}} \quad \text{og} \quad \bar{p} \lambda = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{0,30967} \frac{\eta}{\sqrt{\rho_1}}.$$

Indsættes i Ligning (1) de opgivne Rørdimensioner R og L ,
og sættes Brintens Vægtfylde ved $26,25^\circ$ og 1 Dyn/cm^2 Tryk
 $\rho_1 = 80,343 \cdot 10^{-12}$ og dens Gnidningskoefficient $\eta = 898,6 \cdot 10^{-7}$,
kan man beregne T for hver af de til Forsøgene benyttede
Middeltryk \bar{p} .

I følgende Tabel findes en Sammenstilling mellem de saa-
ledes beregnede (T beregnet) og de i det foregaaende maalte
(T iagttaget) Værdier for den under Trykforskellen 1 gennem-
strømmende Luftmængde T .

\bar{p}	32,26	133,5	520,2	970,2
T iagttaget.....	0,0115	0,0111	0,0110	0,0112
T beregnet.....	0,0114	0,0111	0,0110	0,0113

Man ser, at de iagttagne og de beregnede Værdier stem-
mer saa godt overens, som man kan vente af Trykbestem-
melsernes Nøjagtighed. Hermed er det vist, at Formel (1), der
er identisk med min tidligere opstillede Strømningsformel,
passer med Forsøgene, hvoraf atter følger, at Forholdet mel-
lem Glidningskoefficienten og Middelvejlængden ikke kan være
konstant, men tiltager med aftagende Tryk.

Er λ forsvindende i Sammenligning med R , giver Formlen,
at $\frac{\zeta}{\lambda} = 0,85$, medens man for R forsvindende i Sammenligning
med λ faar $\frac{\zeta}{\lambda} = 1,05$. Forandringen er følgelig saa betydelig,
at den kunde maales med stor Sikkerhed. Denne Forandring
kan ikke skyldes Kvægsølv damp, som anført af W. J. FISHER,
da Kvægsølv dampene under de her beskrevne Maalinger var
udfrosne med flydende Luft.

Ved Forsøg I var Middelvejlængden 65 Gange saa stor
som Rørets Radius, og man maa derfor paa Forhaand vente,
at den i dette Tilfælde fundne Værdi for T ikke kan være

synderlig forskellig fra den Værdi, som beregnes under Forudsætning af, at R er forsvindende i Sammenligning med λ . Den teoretiske Strømningsformel giver under Forudsætning af, at den MAXWELLSKE Koefficient f sættes lig med 1, at $T = 0,0115$, den samme Værdi, som fandtes ved Forsøget. Har f en Værdi, der er forskellig fra 1, har man i Følge MAXWELL (l. c.), at den gennemstrømmende Luftmængde T_f er $\frac{2}{f} - 1$ Gange saa stor som T , der er den gennemstrømmende Luftmængde, naar $f = 1$. Hvis f. Eks. f var 0,98, skulde den observerede Værdi for T have været fundet lig 0,0120, og en saa stor Fejlbestemmelse betragter jeg som udelukket.

Som man ser af Tabellen, varierer T saaledes med Middeltrykket, at T har en Minimumsværdi ved et Tryk i Nærheden af 500 Dyn/cm². I Overensstemmelse hermed har alle Forsøgene undtagen I givet en større Værdi for T , naar Trykforskellen er stor end naar den er lille. Ved Forsøg I, hvor Trykket er saa lille, at T varierer lineært med Trykket, skulde man vente at finde samme Værdi for T ved store som ved smaa Trykforskelle.

Som Resultat af Undersøgelsen kan anføres, at den i Begyndelsen anførte Tilbagekastningslov har vist sig i Overensstemmelse med Erfaringen.